

## DRUGI DOMAĆI ZADATAK IZ PREDMETA ALGEBRA

1.
  - a) Neka je  $G$  grupa i  $a \in G$ , td.  $\text{ord}(a) < \infty$ . Dokazati da je  $\text{ord}(a) = \text{ord}(a^2)$  ako i samo ako je  $\text{ord}(a)$  neparan broj.
  - b) Neka je  $G = GL(2, \mathbb{R})$ . Odrediti  $C_G(A)$  i  $C_G(B)$ , gdje je

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Na osnovu dobijenih rezultata dokazati da je  $Z(G) = \{\lambda E : \lambda \neq 0\}$ .

2. Neka je  $(G, \cdot)$  konačna Abelova grupa koja ne sadrži element reda 2. Dokazati da je preslikavanje  $f(x) = x^2$  automorfizam grupe  $G$ . Primjerom pokazati da ako je  $G$  beskonačna grupa navedeno preslikavanje ne mora biti automorfizam.
3. Ispitati da li je grupa  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}_2$  ciklična.
4. Odrediti sve permutacije reda 4 i sve permutacije reda 6 u grupi  $S_5$ . Za svaku od tih permutacija odrediti znak.